УДК 514.822

ОТО В “ПОЛНОЙ” ФОРМЕ

В.В. Карбановский[1], К.Е. Белоушко[2], О.В. Мелёхина[3], Т.В. Каиров[4], С.В. Акиньшина[5], П.В. Родина[6]

1 *karbanovski_v_v@mail.ru*; Мурманский Арктический государственный университет
2 *beloushko@mail.ru*; Мурманский государственный технический университет
3 *olga_melehina@mail.ru*; Мурманский государственный технический университет
4 *kairov_t_v@list.ru*; Мурманский государственный технический университет
5 *posmotri@hotmail.com*; Мурманский Арктический государственный университет
6 *rodina.pavla@yandex.ru*; Мурманский Арктический государственный университет

Предложена формулировка ОТО в “полной” форме и рассмотрены некоторые ее приложения.

Ключевые слова: “Полная” форма ОТО, Предел слабого поля, Уравнения геодезических.

Как известно, в основе вывода уравнений ОТО

$$\kappa T_k^i = R_k^i - \frac{1}{2} R \delta_k^i \tag{1}$$

Гильбертом (см., напр., [1]) лежит вариационный принцип для действия со скалярной кривизной в качестве лагранжиана. Однако, как справедливо указано в [2] при вариационном выводе был безосновательно исключен интеграл

$$A = \int g^{ik} \delta R_{ik} \sqrt{-g} d\Omega \tag{2}$$

интерпретируемый Гибоносом и Хоукингом как “поверхностный член”. Ранее нами [3] был предложен метод его учета посредством включения в (1) величины

$$\tau_{ik} = g^{jm} \frac{\delta R_{jm}}{\delta g^{ik}} \; . \tag{3}$$

Однако, более удобной является следующая запись

$$g^{im} \frac{\delta R}{\delta g^{mk}} - \frac{1}{2} R \delta_k^i = \kappa T_k^i. \tag{4}$$

Поскольку в (4) учтен вклад всех вариаций, то теорию, основанную на уравнениях (4) можно назвать ОТО в “полной форме”. В рамках предложенного нами подхода получено выражение для метрики в пределе “слабого поля”

$$ds^2 = -c^2 \left(1 + \frac{2\varphi}{c^2}\right) dt^2 + \left(1 + \frac{\varphi}{c^2}\right) d\vec{r}^2. \tag{5}$$

Нами было установлено, что применение функций из (5) для системы (4) в случае пылевидной среды $p \approx 0$ приводит к уравнению Пуассона $\Delta\varphi = \kappa c^4 \rho$, где $\kappa = \frac{4\pi G}{c^4}$, и, соответственно, к закону Всемирного тяготения. Кроме того, метрика (5) в случае движения частицы в экваториальной плоскости $\Theta = \pi/2$ приводит к следующему уравнению геодезических

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{M}{r^2\sqrt{2mE\frac{(1-Gm_0/(rc^2))}{(1-2Gm_0/(rc^2))} + \frac{m\alpha}{r}\left(1+\frac{1}{1-2Gm_0/(rc^2)}\right) - \frac{M^2}{r^2}}}. \tag{6}$$

(здесь $\alpha = Gm_0 m, m_0$ - масса источника). Очевидно, в нерелятивистском пределе (6) переходит в выражение для кеплеровых траекторий. В общем случае из действия для частицы в гравитационном поле получается метрика

$$ds^2 = -c^2\left(1-2\lambda\zeta+\sigma^2\right)dt + (1-\zeta)\,d\vec{r}^{\,2}, \tag{7}$$

где $\zeta = \varphi/c^2$, $\lambda = \sqrt{1-v^2/c^2} - \left(1 - v^2/(2c^2)\right)$. Применение выражения (7) к уравнениям (4) при нулевом тензоре энергии-импульса материи и для условий $\zeta \ll 1$ (слабое поле) $\lambda = -\frac{1}{2}$ (т.е. $v = c$) приводит к уравнению для гравитационных волн

$$-\frac{\partial^2\zeta}{\partial t^2} + \Delta\zeta = 0. \tag{8}$$

Литература

1. Ландау Л.Д. Теоретическая физика: Учеб. пособие. В 10 т. Т. II. Теория поля/ Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. - 7-е изд., испр. - М.: Наука, 1988. - 509 с.

2. Gibbons G.W. Action integrals and partition functions in quantum gravity/ G.W. Gibbons, S.W. Hawking// Physical Review D. - 1977.- № D15. - P. 2752.

3. Карбановский В.В. Необходимое расширение ОТО / В.В. Карбановский, К.Е. Белоушко// XV-я Российская гравитационная конференция - "Международная конференция по гравитации, космологии и астрофизике Международная школа по гравитации и космологии "GRACOS-2014".- Казань: Казанский университет, 2014. - С.31-34.

GR IN “FULL” FORM

V.V. Karbanovski, K.E. Beloushko, O.V. Melehina, T.V. Kairov, S.V. Akin’shina, P.V. Rodina

A formulation of GR in “full” form and are considered some of its apps.

Keywords: GR in “full” form, The limit of a weak field, Geodesic equations.